

Curso Académico: ( 2020 / 2021 )

Fecha de revisión: 24-07-2020

Departamento asignado a la asignatura: Departamento de Matemáticas

Coordinador/a: MOSCOSO CASTRO, MIGUEL ANGEL

Tipo: Optativa Créditos ECTS : 6.0

Curso : 2 Cuatrimestre : 1

**MATERIAS QUE SE RECOMIENDA HABER SUPERADO**

Algebra Lineal  
 Cálculo  
 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias  
 Probabilidad y Estadística

**COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE Y RESULTADOS DEL APRENDIZAJE.**

- \* Familiarizarse con las herramientas estocásticas básicas en matemáticas.
- \* Comprender los efectos de fluctuaciones y variables no controlables tanto analítica como numéricamente.
- \* Conocer las aplicaciones más importantes de las ecuaciones diferenciales estocásticas.
- \* Conocer y aplicar los modelos estocásticos básicos en tiempo discreto y caracterizar cuando sea posible los correspondientes estados estacionarios.
- \* Conocer la estructura general de los procesos estocásticos y su descripción matemática.
- \* Entender y manejar los conceptos de movimiento aleatorio y proceso de Poisson como ingredientes básicos de los modelos estocásticos.
- \* Conocer y aplicar los modelos básicos en tiempo continuo, en particular los procesos difusivos y su descripción a través de la probabilidad.
- \* Conocer y manejar el cálculo estocástico y entender el concepto de ecuación diferencial estocástica y de su solución.
- \* Familiarizarse con algunas aplicaciones relevantes de las ecuaciones diferenciales estocásticas.
- \* Familiarizarse con las técnicas básicas de tratamiento numérico de los problemas estocásticos.

**DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS: PROGRAMA**

- 1 Revisión de probabilidad y variables aleatorias.
  - 1.1 Espacios de probabilidad
  - 1.2 Variables aleatorias
  - 1.3 Procesos estocásticos
  - 1.4 Valor esperado, varianza
  - 1.5 Funciones de distribución
  - 1.6 Independencia
  - 1.7 Ley fuerte de los grandes números. Teoría central del límite
  - 1.8 Martingalas
- 2 Procesos estocásticos en tiempo discreto:
  - 2.1 Introducción
  - 2.2 Procesos Markov.
  - 2.2 Procesos de Renovación.
  - 2.3 Procesos de Ramificación.
  - 2.4 Colas.
- 3 Procesos estocásticos en general
  - 3.1 Definición de procesos estocásticos
  - 3.2 Trayectorias, propiedad de Markov
4. Aplicaciones básicas: Movimiento aleatorio. Proceso de Poisson.
  - 4.1 Procesos de movimiento aleatorio
  - 4.2 Proceso de Poisson
5. Procesos difusivos y ecuación de Fokker Planck.
  - 5.1 Definición de procesos difusivos
  - 5.2 Ecuación hacia atrás de Kolmogorov y Ecuación de Fokker-Planck
  - 5.3 Aplicaciones y métodos de solución
6. Cálculo de Ito.

- 6.1 Integrales estocásticas
- 6.2 Fórmula de Ito
- 6.3 Aplicaciones
- 7. Ecuaciones diferenciales estocásticas.
  - 7.1 Definición y ejemplos
  - 7.2 Existencia y unicidad de las soluciones
  - 7.3 Propiedades de las soluciones
  - 7.4 Soluciones explícitas
  - 7.5 Relación con EDPs de procesos difusivos
  - 7.6 Formula de Feynman-Kac
  - 7.7 Solución de EDPs mediante ecuaciones diferenciales estocásticas
- 8 Aplicaciones: control estocástico y matemáticas financieras.
  - 8.1 Introducción a la matemática financiera
  - 8.2 El modelo de Black-Scholes
  - 8.3 Derivados: futuros y opciones
  - 8.4 Valoración de derivados: la ecuación de Black-Scholes
  - 8.5 Generalización y limitaciones de la ecuación de Black-Scholes
  - 8.6 Introducción a control estocástico
  - 8.7 Control determinista. La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman
  - 8.8 Control estocástico: La ecuación estocástica de Halmilton-Jacobi-Bellman
  - 8.9 Programación dinámica
  - 8.10 Aplicación: carteras óptimas
- 9 Métodos numéricos para ecuaciones estocásticas.
  - 9.1 Introducción
  - 9.2 El método de Euler-Maruyama
  - 9.3 Convergencia débil y fuerte de los algoritmos numéricos
  - 9.4 Métodos de orden superior
  - 9.5 Aplicaciones
- 10 Simulación de Langevin.
  - 10.1 Descripción microscópica de la dinámica de una partícula
  - 10.2 Teorema de fluctuación-disipación
  - 10.3 La ecuación de Langevin sobre-amortiguada
  - 10.4 Equilibrio
  - 10.5 Aproximaciones numéricas a la ecuación de Langevin
  - 10.6 Aplicaciones a sistemas potenciales y no potenciales: difusión de epidemias y el modelo de Ising

#### ACTIVIDADES FORMATIVAS, METODOLOGÍA A UTILIZAR Y RÉGIMEN DE TUTORÍAS

Las horas lectivas se dedicarán a las siguientes actividades formativas dirigidas:

\* Clases magistrales/expositivas: Tienen por objetivo alcanzar las competencias específicas cognitivas de la materia. En ellas se presentarán los conocimientos que los alumnos deben adquirir. Para facilitar su desarrollo los alumnos recibirán las notas de clase y tendrán textos básicos de referencia que les permita completar y profundizar en aquellos temas en los cuales estén más interesados.

\* Clases Prácticas: Son clases de resolución de problemas, prácticas en aula informática o de exposición por parte de los alumnos. Estas clases ayudan a desarrollan las competencias específicas.

Adicionalmente, se dedicarán horas a actividades formativas tutorizadas. Estas actividades supervisadas consisten en actividades de enseñanza-aprendizaje tanto de contenido formativo teórico como práctico que, aunque se pueden desarrollar de manera autónoma, requieren la supervisión y seguimiento, más o menos puntual, de un docente. Estas actividades pueden ser, entre otras, las siguientes: tutorías programadas, revisión de trabajos y tutorías de seguimiento.

El resto de créditos, se dedican al estudio del alumno de forma autónoma o en grupo sin supervisión del docente. Durante este tiempo el estudiante realiza ejercicios y lecturas complementarias propuestas por el profesor. También realiza lecturas complementarias obtenidas mediante búsqueda bibliográfica entre el material recomendado por el profesor. Durante este tiempo el alumno puede tener acceso a aula informática.

#### SISTEMA DE EVALUACIÓN

Resolución de problemas planteados en clase, incluyendo algunos con resolución numérica (50%).  
Examen final (50%).

1- Evaluación continua. Habrá hojas de problemas para realizar fuera de las hojas de clase. Con ellas se comprobará que el alumno controla los conceptos y habilidades básicas de la asignatura. Su porcentaje en la nota final será el 50%.

2- Evaluación final. Se comprobará el dominio y comprensión global de la asignatura mediante pruebas escritas Su porcentaje en la nota final será del 50%.

3- Convocatoria extraordinaria:

- 3.1) Si el estudiante siguió el proceso de evaluación continua, el examen tendrá el mismo valor porcentual que en la convocatoria ordinaria, y la calificación final de la asignatura tendrá en cuenta la nota de la evaluación continua y la nota obtenida en el examen final.
- 3.2) Si el estudiante no siguió el proceso de evaluación continua, tendrá derecho a realizar un examen en la convocatoria extraordinaria con un valor del 100 % de la calificación total de la asignatura.
- 3.3) Aunque el estudiante hubiera seguido el proceso de evaluación continua, tendrá derecho a ser calificado en la convocatoria extraordinaria teniendo en cuenta únicamente la nota obtenida en el examen final cuando le resulte más favorable.

**Peso porcentual del Examen Final:** 50

**Peso porcentual del resto de la evaluación:** 50

#### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Bernt Oksendal Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications, 6th Edition, Springer, 2014
- Lawrence C. Evans An Introduction to Stochastic Differential Equations, AMS, 2013